Exo 1:

$M := \{\text{Acheter magnétoscope}\}$ $\quad \mathbb{P}(T) = 0.6$

$T := \{\text{Acheter téléviseur}\}$. $\quad \mathbb{P}(M|T) = 0.4$

$\mathbb{P}(M|\bar{T}) = 0.2$

1. Selon la proba. condit°:

$$\mathbb{P}(M|T) = \frac{\mathbb{P}(M \cap T)}{\mathbb{P}(T)}$$

Donc
$$\mathbb{P}(M \cap T) = \mathbb{P}(M|T) \cdot \mathbb{P}(T)$$
$$= 0.4 \times 0.6 = 0.24$$

2. On a : $\mathbb{P}(T) = 0.6$ donc $\mathbb{P}(\bar{T}) = 1 - \mathbb{P}(T) = 0.4$

Par la formule des probabilités totales:

$$\mathbb{P}(M) = \mathbb{P}(M|T) \cdot \mathbb{P}(T) + \mathbb{P}(M|\bar{T}) \cdot \mathbb{P}(\bar{T})$$
$$= 0.4 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4 = 0.24 + 0.08$$
$$= 0.32.$$

3. Le client achète un magnéto. et on veut savoir quelle est la probabilité d'acheter un téléviseur, c'est bien :

$$\mathbb{P}(T|M) = \frac{\mathbb{P}(T \cap M)}{\mathbb{P}(M)} = \frac{\mathbb{P}(M \cap T)}{\mathbb{P}(M)}$$

$$= \frac{0.24}{0.32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}.$$

Exo 2:

En cas de migraine

$A := \{\text{prendre l'aspirine}\}$

$M := \{\text{prendre le médicament } M\}$

$\mathbb{P}(A) = \frac{3}{5}$; $\quad \mathbb{P}(M) = \frac{2}{5}$

$S := \{\text{patient soulagé}\}$.

$\mathbb{P}(S|A) = 0.75$ et $\mathbb{P}(S|M) = 0.9$.

1. $\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(S|A).\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(S|\bar{A}).\mathbb{P}(\bar{A})$

Dans l'énoncé de l'exercice, on suppose que les patients prennent soit l'aspirine soit M.

donc $\bar{A} = M$ et $\bar{M} = A$.

$$\mathbb{P}(S) = \mathbb{P}(S|A).\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(S|M).\mathbb{P}(M)$$

$$= 0.75 \times \frac{3}{5} + 0.9 \times \frac{2}{5} = 0.81 = 81\%$$

---

2. $$\mathbb{P}(A|S) = \frac{\mathbb{P}(A \cap S)}{\mathbb{P}(S)} = \frac{\mathbb{P}(S|A).\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(S)}$$

$$= \frac{0.75 \times 0.6}{0.81} \approx 55\%$$

Exo3: On introduit la notation suivante, (Rappel)

$$\binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_r!}$$

elle représente le nombre de partages possibles de n objets différents en r groupes distincts de taille consécutives : $n_1, n_2, \ldots, n_r$.

Par exemple, dans une petite ville on a besoin de répartir 10 officiers de Police de la façon suivante :

5 policiers patrouillant dans les rues, 2 travaillant à temps complet au comissariat et 3 en réserve. Combien y'a-t-il de façons de les diviser ?.

$$\binom{10}{5,2,3} = \frac{10!}{5!\,2!\,3!} = 2520 \text{ façons.}$$

(Fin du rappel)

On revient à l'exercice, pour que l'évenement A se produise il faut que chaque joueur obtienne une reine (en fait il y'a 4 reines exactement), donc reste à savoir combien de façons y'a t-il pour diviser les 48 cartes restantes sur les quatre joueurs. Donc, puisque chaque joueur reçoit 12 cartes alors il y'a $\binom{48}{12,12,12,12} = \frac{48!}{(12!)(12!)(12!)(12!)}$ façons

De plus, il y'a $4!$ façons qu'ils se partagent la reine. Finalement, il y'a $\binom{52}{13,13,13,13}$ façons de faire des donnes de 13 cartes chacun.

$$\mathbb{P}(A) = \frac{\dfrac{4!\cdot 48!}{12!\,12!\,12!\,12!}}{\dfrac{52!}{13!\,13!\,13!\,13!}} \approx 0.1055$$

Quelle est donc la probabilité $\underbrace{\text{d'otenir au moins une fois A sur 7 donnes}}_{\to B}$, c'est

$$1 - \mathbb{P}(\bar{A})^7$$ ~~car c'est à cha~~

Pour que B ne se réalise pas, il faut sur chaque donne obtenir $\bar{A}$ 7 fois de suite

Donc : $\mathbb{P}(B) = 1 - 98945^7 = 1 - 0.4582077\ldots$

$\simeq 0.54$

Exo4 : la loi de probabilité de X est :

x_i	2	4	6	8	10	12
$\mathbb{P}(X=x_i)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$x < 2$: $\mathbb{P}(X \leq x) = 0$

$2 \leq x < 4$: $\mathbb{P}(X \leq x) = \frac{1}{6}$

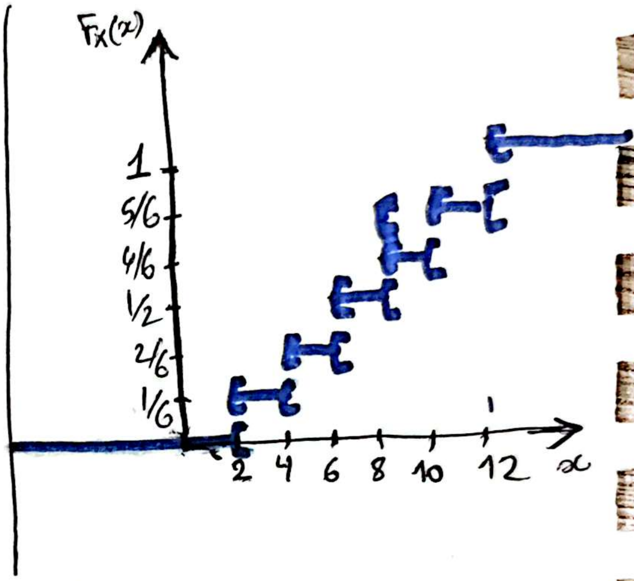
$4 \leq x < 6$: $\mathbb{P}(X \leq x) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$

$6 \leq x < 8$: $\mathbb{P}(X \leq x) = 3/6 = \frac{1}{2}$

$8 \leq x < 10$: $\mathbb{P}(X \leq x) = 4/6$

$10 \leq x < 12$ $\mathbb{P}(X \leq x) = 5/6$

$x \geq 12$ $\mathbb{P}(X \leq x) = 1$



$F(9) = 4/6 = 2/3$. $F(13) = 1$.

Exo5 : $\mathbb{E}[T] = \sum_{t_i=1}^{4} t_i . \mathbb{P}(T=t_i) = \bar{T}$

$= 1.\mathbb{P}(\{T=1\}) + 2.\mathbb{P}(\{T=2\}) + 3.\mathbb{P}(\{T=3\}) + 4.\mathbb{P}(\{T=4\})$

$= 0.1 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.2 + 4 \times 0.4 = 2.9$.

La moyenne des billets achetés par personne est presque "3".

2. $\operatorname{var}(T) = \sum_{i=1}^{4} p_i (\bar{T} - t_i)^2$ $\quad p_i = \mathbb{P}(T=t_i)$

$= 0.1 \times (2.9-1)^2 + 0.3 \times (2.9-2)^2 + 0.2 (2.9-3)^2 + 0.4 \times (2.9-4)^2 = 1.09$

$$\sigma_T = \sqrt{var(T)} = \sqrt{1{,}09} = 1.04.$$

Donc la différence moyenne entre les différents consommateurs est de "1 seul billet".