TD n°2 : Probabilités

AP2 (S4) - 2024/2025
Pr. El Mahjour

Probabilités Conditionnelles

Exercice 1

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope. La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de $0,6$. La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de $0,4$. La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de $0,2$.

1. Quelle est la probabilité pour qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'il achète un magnétoscope ?
3. Le client achète un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur ?

[01]

Exercice 2

En cas de migraine trois patients sur cinq prennent de l'aspirine, deux sur cinq prennent un médicament M présentant des effets secondaires. Avec l'aspirine, 0.75 des patients sont soulagés. Avec le médicament M il y'a 0.9 des patients qui sont soulagés.

1. Quel est le taux global de personnes soulagées ?
2. Quel est la probabilité pour qu'un patient ait pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé ?

[02]

Exercice 3 Des Reines partout

Dans un jeu de bridge, les 52 cartes sont distribuées de façon uniforme entre quatre joueurs. On rappelle qu'il y'a quatre symboles $\heartsuit, \spadesuit, \diamondsuit$ et $\clubsuit$. Il y a 13 cartes de chaque symbole. On considère l'événement suivant :

$$A = \{\text{Lors d'une donne les quatre joueurs ont en leur main une Reine}\}.$$

Montrer que la probabilité que l'événement A se produise au moins une fois durant 7 donnes[1] est presque égal à $1/2$. [03]

Variables Aléatoires

Exercice 4

Un sac contient 6 boules numérotés $2, 4, 6, 8, 10, 12$. Au tirage d'une boule on associe la variable aléatoire X qui prend comme valeur le nombre inscrit sur la boule.

1. Donner la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

1. Une donne : la distribution de 13 cartes pour chaque joueur

2. Calculer $F(9)$ et $F(13)$.

[04]

Exercice 5

Les organisateurs d'un match de foot limitent la vente de billets à un maximum de 4 billets par client. Soit T le nombre de billets achetés par un client aléatoire. Voici la loi de probabilité de T :

t_i =N. de billets	1	2	3	4
$P(T=t_i)$	0.1	0.3	0.2	0.4

1. Calculer l'espérance de T. Interpréter.
2. Calculer l'écart-type de T. Interpréter.

[05]

Exercice 6

Une entreprise pharmaceutique décide de faire des économies sur les tarifs d'affranchissements des courriers publicitaires à envoyer aux clients. Pour cela, elle décide d'affranchir, au hasard, une proportion de 3 lettres sur 5 au tarif urgent, les autres au tarif normal.

1. Quatre lettres sont envoyées dans un cabinet médical de quatre médecins : quelle est la probabilité des événements :
   (a) $A = \{$Au moins l'un d'entre eux reçoit une lettre au tarif urgent$\}$.
   (b) $B = \{$Exactement 2 médecins sur les quatre reçoivent une lettre au tarif urgent$\}$.
2. Soit X la variable aléatoire : "nombre de lettres affranchies au tarif urgent parmi 10 lettres".
   (c) Quelle est la loi de probabilité de X ?
   (d) Quelle est son espérance et sa variance ?

[06]

Exercice 7

Un industriel doit vérifier l'état de marche de ses machines et en remplacer certaines le cas échéant. D'après des statistiques précédentes, il évalue à 30% la probabilité pour une machine de tomber en panne en 5 ans ; parmi ces dernières, la probabilité de devenir hors d'usage suite à une panne plus grave est évaluée à 75% ; cette probabilité est de 40% pour une machine n'ayant jamais eu de panne.

1. Quelle est la probabilité pour une machine donnée de plus de cinq ans d'être hors d'usage ?
2. Quelle est la probabilité pour une machine hors d'usage de n'avoir jamais eu de panne auparavant ?
3. Soit X la variable aléatoire «nombre de machines qui tombent en panne au bout de 5 ans, parmi 10 machines choisies au hasard». Quelle est la loi de probabilité de X, (on donnera le type de loi et les formules de calcul), son espérance, sa variance et son écart-type ?
4. Calculer $P[X=5]$.

[07]

Exercice 8

Une centrale téléphonique reçoit des appels à raison de 10 appels par heure en moyenne. On suppose que le nombre d'appels pendant un intervalle de temps quelconque suit une loi de Poisson.

1. Trouver la probabilité que durant deux minutes la centrale reçoive exactement trois appels.
2. Trouver la probabilité pour qu'en deux minutes, la centrale reçoive au moins un appel.
3. Trouver la probabilité pour qu'en deux minutes, la centrale reçoive au moins trois appels

[08]