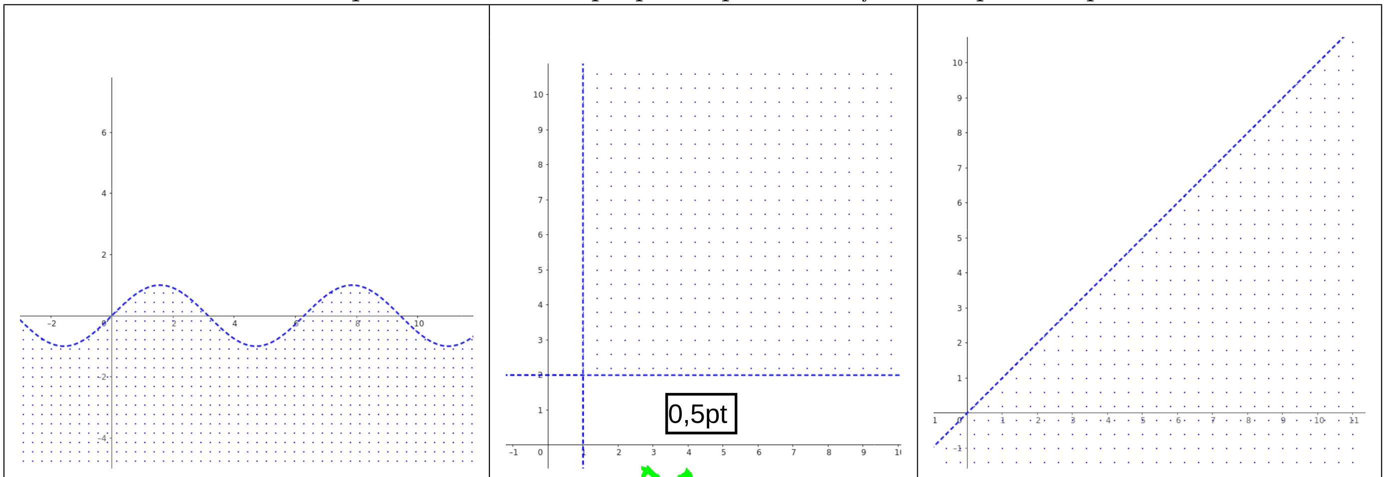
Université Abdelmalek Essaâdi **Contrôle Final (Session Normale)** **Nom :** ____________
Faculté Polydisciplinaire **Analyse Mathématique** **Prénom :** ____________
de Larache **Durée : 1 h 30** **N°Ins : SEG** ____________
SEG-S1/Année 2022-2023 **GROUPE B** **Table n° :** ____ **Salle :** ____

CORRIGÉ

LES MAUVAISES RÉPONSES SERONT SANCTIONNÉES

1. (5 points) Soit $f(x) = \frac{x}{x-1}$. Sélectionner la/les bonne(s) réponse(s)
   (a) ☒ $f(-1) = 1/2$ ☐ $f(-1) = 0$ ☒ $f(-1) = \lim_{x\to -1} f(x)$ ☐ $f(-1) = -1/2$ +1,5pt
   (b) f admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ d'équation
   ☐ $y = -1$ ☐ $x = -1$ ☒ $y = 1$ ☐ $x = 1$ ☐ $y = 0$ ☐ $x = 1$ +1,5
   (c) la fonction f au point $x = 1$:
   ☐ admet des limites à gauche et à droite finies ☒ n'est pas définie +1pt
   ☒ admet des limites à gauche et à droite infinies ☐ est bien définie 1pt
2. (4 points) Soit $f(x) = \cos(4x^2) - x$ et $g(x) = \frac{1}{\arctan(x)}$. Trouvez la bonne dérivée
   ☐ $f'(x) = -\sin(4x^2) + 8x$ ☐ $f'(x) = -8x\sin(4x^2)$ ☐ $f'(x) = -\sin(4x^2)$ 2pts
   ☐ $g'(x) = \frac{-1}{x^2+1}$ ☒ $g'(x) = \frac{-1}{(x^2+1)\arctan(x)^2}$ ☐ $g'(x) = \frac{-1}{\arctan(x^2+1)}$ 2pts
3. (6 points) Choisissez les bonnes résultats de chaque intégrale
   (a) $\int_0^2 -e^{x+1}dx =$
   ☐ $e^3 - e$ ☒ $\Big[-e^{x+1}\Big]_0^2$ ☐ $e^2 - 1$ ☐ $\Big[-e^{x+1}\Big]_2^0$ ☒ $e - e^3$ 1pt + 1pt
   (b) $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx =$
   ☐ $\Big[\sqrt{x-1}\Big]_2^3$ ☐ $\Big[\sqrt{x-1}\Big]_3^2$ ☐ $\Big[\frac{\sqrt{x-1}}{2}\Big]_2^3$ ☒ $\Big[2\sqrt{x-1}\Big]_2^3$ ☐ $\Big[\frac{\sqrt{x-1}}{2}\Big]_3^2$ 1pt
   (c) Soit h une fonction continue sur $I = [1, +\infty]$ telle que $h(x) \leq \frac{1}{x}$ alors
   ☐ $\int_1^{+\infty} h(x)dx$ est divergente ☒ nous n'avons pas suffisamment d'informations pour conclure sur $\int_1^{+\infty} h(x)dx$ +1,5pt
   ☐ $\int_1^{+\infty} h(x)dx$ est absolument convergente ☐ $\int_1^{+\infty} h(x)dx$ est semi-convergente
   ☐ $\int_1^{+\infty} h(x)dx$ est convergente
   (d) Soit u une fonction continue sur $J = [2, +\infty]$ telle que $u(x) \leq \frac{1}{x^2}$ alors +1,5pt
   ☒ $\int_3^{+\infty} u(x)dx$ est convergente ☐ $\int_3^{+\infty} u(x)dx$ est divergente
   ☐ $\int_3^{+\infty} u(x)dx$ est semi-convergente ☐ $\int_3^{+\infty} u(x)dx$ est absolument convergente
   ☐ nous n'avons pas suffisamment d'informations pour conclure sur $\int_3^{+\infty} u(x)dx$
4. (5 points) Nous étudions D_f le domaine de définition de la fonction à deux variables $f(x, y) = \sqrt{x-1} \times \sqrt{y-2}$
   (a) Sélectionner les bonnes réponses :
   ☐ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \quad x - 1 > y - 2\}$ ☒ $D_f = [1, +\infty[\times[2, +\infty[$ ☐ $D_f =]1, +\infty[\times]2, +\infty[$
   0,5pt

(b) Parmi les dessins suivants, lequel est le mieux adapté pour représenter D_f (c'est la partie en pointillés) ?



0,5pt

☐ (i) ☒ (ii) ☐ (iii)

(c) Soit $f(x, y) = x^3 + y^3 - x^2 + y^2 + 1$. Sélectionner les quatre points critiques de f.

☒ $(0, 0)$ ☐ $(\frac{3}{2}, \frac{-3}{2})$ ☒ $(\frac{2}{3}, \frac{-2}{3})$ ☒ $(\frac{2}{3}, 0)$ +0,5 x 4

☐ $(\frac{3}{2}, 1)$ ☐ $(3, 2)$ ☒ $(0, \frac{-2}{3})$ ☐ $(1, \frac{-2}{3})$

(d) Remplissez le tableau suivant selon la nature (min. local, max. local ou point selle) de chaque point critique en calculant la matrice hessienne, son déterminant et sa trace.

Point critique	Matrice Hessienne	Déterminant	Trace	Nature du point
(0 , 0)	$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	-4	--	selle
(2/3 , -2/3)	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	-4	--	selle
(2/3 , 0)	$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	4	4	minimum local
(0 , -2/3)	$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$	4	-4	maximum local

+2pts

Interdit d'écrire sur le tableau suivant des notes

Question:	1	2	3	4	Total
Points:	5	4	6	5	20
Score:					