Université Abdelmalek Essaâdi	**Contrôle Final (Rattrapage)**	**Nom :** ________
Faculté Polydisciplinaire	**Analyse Mathématique**	**Prénom :** ________
de Larache	**Durée : 1 h 00**	**N°Ins : SEG** ________
SEG-S1/Année 2022-2023	**Pr. El Mahjour**	**Table n° :** ____ **Salle :** ____

Mercredi 30 février 2023

1. (8 points) Soit $f(x) = \dfrac{x^2}{\exp(x)} - 3$.
   (a) Le domaine de définition de f est : $D_f = \{$..................................$\} =$ ......
   (b) Les limites au voisinage de $\pm\infty$ sont :
   ☐ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) =$ .... $=$ ....
   ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$ .... $=$ ....
   (c) On déduit de la question précédente que :
   ☐ f admet .... au voisinage de $+\infty$ d'équation ....
   (d) Montrer, grâce au théorème des valeurs intermédiaires, qu'il existe $\bar{x}$ dans $]-\infty, 0]$ tel que $f(\bar{x}) = 0$
   ....
   ....
   (e) Calculer f' la dérivée de f et trouvez un point où elle admet une **tangente** horizontale (il y en a deux, mais il suffit de parler de mentionner un seul point)
   ....
   ....

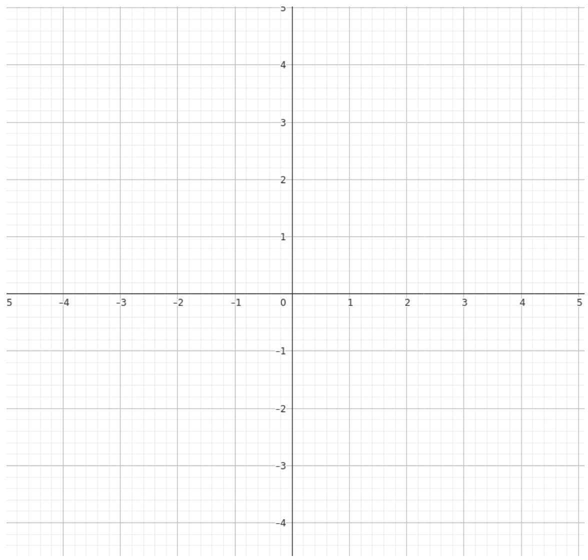
2. (6 points) Calculez les intégrales suivantes
   (a) (Intégration directe)
   ☐ $\displaystyle\int_0^1 3x^2 + 1dx =$ .... $=$ ....
   ☐ $\displaystyle\int_{-\pi/4}^0 \cos(x + \pi/4)dx =$ .... $=$ ....
   (b) (Intégration par parties)
   — $\displaystyle\int_0^1 t^2 e^t dt$
   ....
   ....
   — $\displaystyle\int_0^1 \ln(z+1)(z^2+1)dz$
   ....
   ....

3. (6 points) Soit la fonction à deux variables $p(x, y) = \ln(x - 2)\ln(y - 1)$.

(a) Explicitez le domaine de définition de la fonction p :

$$\begin{aligned} D_p &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \} \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

(b) Représenter graphiquement le domaine de définition trouvé :



(c) Trouvez le seul point critique X_0 de p en calculant ses dérivées partielles $\frac{\partial p}{\partial x}$ et $\frac{\partial p}{\partial y}$

. . . .

. . . .

Donc $X_0 = (..., ...)$

(d) Complétez l'arbre des dérivées partielles et étudiez la nature du point critique X_0 en formant sa matrice hessienne et en calculant les quantités demandées.

$$\begin{tikzcd}
 & & \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \\
 & \frac{\partial p}{\partial x} = \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
p(x,y) \arrow[ur] \arrow[dr] & & \frac{\partial^2 p}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} = \\
 & \frac{\partial p}{\partial y} = \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & & \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} =
\end{tikzcd}$$

La matrice hessienne **au point critique** est (s.v.p elle contient des nombres uniquement) :

$$H_p(X_0) = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Le déterminant de et la trace sont :
$\det H_p(X_0) = ...$ et $Tr(H_p(X_0)) = ...$

Donc, le point X_0 est un point critique de nature .... car ....