Université Abdelmalek Essaâdi | **Rattrapage** | **Nom:** _____
ENSA de Tanger | **ALGÈBRE III** | **Prénom:** _____
S3-AP2-2025-2026 | **Durée: 1 h 00** | **Salle :** _____

1. (14 points) Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$.
Montrer que la matrice n'est pas diagonalisable puis trigonaliser. Ecrivez de manière explicite la matrice de passage P et la matrice triangulaire supérieure T semblable à A.
N'UTILISEZ PAS LA REDUCTION DE JORDAN!

2. (6 points) Soit $(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$ et $M = \begin{pmatrix} x^2 & xy & xz \\ xy & y^2 & yz \\ xz & yz & z^2 \end{pmatrix}$.

1. Donner une condition nécessaire et suffisante pour que M soit diagonalisable.

2. Si M n'est pas diagonalisable, montrer qu'elle est semblable à la matrice $S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. Calculer M^n pour $n \in \mathbb{N}^*$.