



Faculté Polydisciplinaire Larache - Université Abdelmalek Essaâdi

Durée : 1h00

Session: Rattrapage 2021/2022 - Contrôle Final (Semestre 1)

• **Exercice 1:** (4.5 pts)

- (a) Donner la définition d'un homomorphisme entre deux groupes $(G, *)$ et (H, \circ) .
- (b) Rappeler la définition de l'idéal d'un anneau $(A, +, \times)$.
- (c) Énoncer le théorème de Bezout pour deux polynômes P et Q de $\mathbb{K}[X]$.

• **Exercice 2:** (10 pts)

- (a) Montrer que $G = \{a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{Z}\}$ muni de l'addition usuelle "+" est un groupe abélien.
- (b) Soit (\mathfrak{S}_5, \circ) le groupe symétrique d'indice 5.
 - (i) Calculer le cardinal de \mathfrak{S}_5 .
 - (ii) Écrivez la permutation $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ comme produit de deux cycles disjoints.

• **Exercice 3:** (5.5 pts)

- (a) Effectuer la division suivant les puissances croissantes de $P = 1 + X$ par $Q = 1 - X$ d'ordre 2.
- (b) Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle $\frac{3X + 1}{X^2 + 1}$ dans $\mathbb{C}(X)$